# Jacek Zienkiewicz (1967–2023)

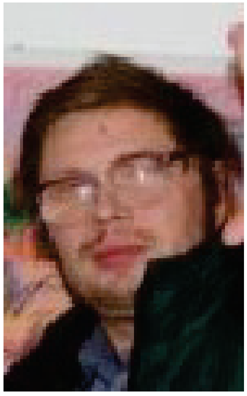
Jacek Zienkiewicz, profesor Uniwersytetu Wrocławskiego, związany z naszą uczelnią od czasu studiów, czyli od drugiej połowy lat osiemdziesiątych, zmarł po krótkiej chorobie 9 stycznia 2023 roku. Jego odejście — tak nagłe i tak przedwczesne — jest dla społeczności matematyków szokiem i pogrążyło nas w głębokim smutku.

Jacek Zienkiewicz urodził się 1 stycznia 1967 roku. Już jako uczeń przejawiał niezwykłą inteligencję i talent do nauk ścisłych. W trakcie nauki w XIV Liceum Ogólnokształcącym we Wrocławiu był dwukrotnym laureatem Olimpiady Matematycznej, a także reprezentantem Polski na Międzynarodowej Olimpiadzie Matematycznej. Po uzyskaniu tytułu magistra matematyki na Uniwersytecie Wrocławskim został zatrudniony jako pracownik naukowo-dydaktyczny w Instytucie Matematycznym. Doktorat *Metody analizy rzeczywistej w badaniu operatorów splotu*, napisany pod kierunkiem profesora Andrzeja Hulanickiego, obronił w roku 1996 przed Radą Naukową Instytutu Matematycznego UWr. Stopień naukowy doktora habilitowanego, za cykl prac poświęconych przestrzeniom funkcyjnym i półgrupom operatorów, uzyskał w roku 2007.

Jako badacz odnosił liczne sukcesy potwierdzane nagrodami. Otrzymał stypendium Stanisława Saksa, był laureatem nagrody im. Kazimierza Kuratowskiego i beneficjentem stypendium START Fundacji na rzecz Nauki Polskiej. W 2022 r. został profesorem Uniwersytetu Wrocławskiego. Nie dbał o formalne promocje; nadanie mu tytułu profesora byłoby oczywistością już od wielu lat, gdyby tylko napisał autoreferat — do czego trudno go było namówić. Ważniejsze było dla niego rozwiązywanie nowych problemów.

Był całkowicie oddany badaniom matematycznym, które prowadził w wielu ośrodkach naukowych na świecie, uczestnicząc w projektach polskich i międzynarodowych. Był autorem ponad 50 znaczących publikacji z analizy matematycznej, analizy harmonicznej, teorii prawdopodobieństwa i równań różniczkowych cząstkowych.

Jacek Zienkiewicz intensywnie zajmował się analizą harmoniczną na grupach jednorodnych. Grupa jednorodna $G$ to nilpotentna grupa Liego wyposażona w strukturę dylatacji $\{\delta_t\}_{t>0}$, będącą multyplikatywną grupą jej automorfizmów. Dylatacje stanową uogólnienie mnożenia przez dodatnie skalary $\delta_t x = tx$ na przestrzeni euklidesowej $\mathbb{R}^d$. Przykładem takiej grupy jest grupa Heisenberga $\mathbb{H}_m = \mathbb{R}^{2m} \times \mathbb{R}$ z mnożeniem



$$(x,y,s)\cdot(x',y',s') = \Big(x+x', y+y', s+s' - \tfrac{1}{2}(\langle x,y'\rangle - \langle y,x'\rangle)\Big),$$
$$\delta_t(x,t,s) = (tx,ty,t^2 s).$$

Jacek Zienkiewicz wspólnie z Thierrym Coulhonem i Detlefem Müllerem [8] udowodnili niezależność od wymiaru $m$ normy $L^p(\mathbb{H}_m)$ wektora transformat Riesza

$$\Big(X_j(-\Delta)^{-1/2}, Y_j(-\Delta)^{-1.2}\Big)_{j=1}^{m},$$

gdzie $X_j, Y_j$ są pewnymi naturalnymi lewostronnie niezmienniczymi polami wektorowymi, a

$$\Delta = \sum_{j=1}^{m}(X_j^2 + Y_j^2)$$

jest podlaplasjanem na $\mathbb{H}_m$. Twierdzenie to, w przypadku klasycznych transformat Riesza na przestrzeniach euklidesowych pochodzące od E. M. Steina, przeżywa pewien renesans, z uwagi na obecne zainteresowania niezależnością od wymiaru oszacowań norm różnych układów operatorów.

Innym wynikiem, uzyskanym razem z Jackiem Dziubańskim i Waldemarem Hebischem [11], są oszacowania na jądra splotowe $p_t(x)$ półgrupy $e^{-tL}$ generowanej przez operator Rocklanda $-L$ na grupie jednorodnej. Operator Rocklanda $L$ to hipoeliptyczny, lewostronnie niezmienniczy, jednorodny ($(L(f \circ \delta_t)(x) = t^d (Lf)(\delta_t x)$ dla pewnej stałej $d$), operator różniczkowy, dodatni na $L^2(G)$. Liczba $d$ jest stopniem jednorodności operatora. Pełni on w analizie na grupach jednorodnych podobną rolę, jaką ma operator Laplace'a na przestrzeni euklidesowej. Twierdzenie orzeka, że

$$|p_1(x)| \leqslant C \exp\left(-\tau(x)^{d/(d-1)}\right),$$

gdzie $\tau(x)$ jest odległością riemannowską $x$ od zera grupy. Badania operatorów Rocklanda były kontynuowane w [17], gdzie J. Zienkiewicz wspólnie z W. Hebischem uzyskali mocne wyniki dotyczące rachunków funkcjonalnych na produktach grup Heisenberga.

W cyklu artykułów J. Zienkiewicz wspólnie z J. Dziubańskim zbudowali teorię rzeczywistych przestrzeni Hardy'ego dla operatorów Schrödingera $\mathcal{L} = \Delta - V$ na $\mathbb{R}^d$, gdzie $V$ jest nieujemnym potencjałem. Funkcja $f$ jest elementem $H^1_{\mathcal{L}}$, gdy

$$\|f\|_{H^1_{\mathcal{L}}} = \|\sup_{t>0} |e^{t\mathcal{L}} f(x)|\|_{L^1(\mathbb{R}^d)} < \infty.$$

W przypadku $V \equiv 0$ otrzymujemy klasyczną przestrzeń Hardy'ego $H^1(\mathbb{R}^d)$. Klasyczne przestrzenie Hardy'ego wyrosły na gruncie badania funkcji holomorficznych jednej zmiennej na górnej półpłaszczyźnie $\Im z > 0$. Ich uogólnienie na przestrzenie euklidesowe zawdzięczamy cyklom prac G. Weissa, E. Steina, Ch. Feffermana i R. Coifmana z lat 60-tych i 70-tych ubiegłego stulecia. Ich ważną cechą są rozkłady atomowe. I tak, każdą funkcję $f \in H^1(\mathbb{R}^d)$ można przedstawić jako

$$f(x) = \sum_j \lambda_j a_j(x),$$

gdzie

$$\sum_j |\lambda_j| \sim \|f\|_{H^1(\mathbb{R}^d)},$$

a funkcje $a_j(x)$ są pewnymi prostymi funkcjami zwanymi atomami ($a(x)$ jest atomem, gdy istnieje kula $B$, że $\operatorname{supp} a \subset B$, $|a(x)| \leqslant \operatorname{vol}(B)^{-1}$, $\int a(x)\,dx = 0$). Dla operatorów Schrödingera $\mathcal{L}$, Dziubański i Zienkiewicz uzyskali rozkłady atomowe dla elementów $H^1_{\mathcal{L}}$, stanowiące podstawowe narzędzie dla ich opisu. W przypadku „dużych" potencjałów $V$, nie wszystkie atomy muszą spełniać warunek skracań $\int a(x)\,dx = 0$, a warunek na atomy, które spełniają bądź nie spełniają warunku skracań zależy od lokalnego zachowania $V$ ([12, 13]). Natomiast dla „małych" potencjałów $V$ pojawia się warunek skracań $\int a(x)\omega(x)\,dx = 0$ dla wszystkich atomów, gdzie $\omega$ jest jedyną (z dokładnością do stałej multyplikatywnej) niezerową i ograniczoną funkcją harmoniczną operatora $\mathcal{L}$. Tak więc w tym przypadku przestrzeń $H^1_{\mathcal{L}}$ można traktować jako małe zaburzenie klasycznej przestrzeni ([15, 16]). Te prace miały absolutnie kluczowy wpływ na rozwój tej teorii i były kontynuowane przez J. Zienkiewicza i współautorów ([14, 9]), a także dały inspirację wielu matematykom na całym świecie.

Wspólnie z Dariuszem Buraczewskim oraz Ewą Damek J. Zienkiewicz zajmował się stochastycznymi rekursjami i związaną z nimi teorią wielkich odchyleń. Punktem wyjścia jest elementarny łańcuch Markowa

$$X_{n+1} = A_{n+1} X_n + B_{n+1},$$

gdzie $(A_i, B_i) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ jest ciągiem niezależnych i jednakowo rozłożonych zmiennych losowych. Przy dosyć naturalnych założeniach zbiega on według rozkładu do zmiennej losowej $X$, która jest jedynym rozwiązaniem stochastycznego równania $X \stackrel{d}{=} AX + B$, gdzie $X$ oraz $(A, B)$ są niezależne, rozumianego jako równość rozkładów obu stron. Rozwiązanie tego równania można przedstawić bezpośrednio w postaci

$$X = \sum_{i=1}^{\infty} A_1 \ldots A_{i-1} B_i.$$

Klasyczny wynik Kestena z 1973 r. mówi, że przy pewnych założeniach o $(A_i, B_i)$ rozwiązanie $X$ jest ciężkoogonowe tzn. $\mathbb{P}(|Y| > t) \sim t^{-\alpha}$ dla pewnego $\alpha > 0$, nawet, gdy $A_i, B_i$ takie nie są. Motywacją dla Kestena było badanie spacerów losowych oraz procesów gałązkowych w losowym środowisku. Wynik ten znalazł jednak liczne zastosowania, głównie w matematyce finansowej (za wprowadzenie modelu ARCH uogólniającego powyższą rekursję Robert F. Engle otrzymał w 2003 r. Nagrodę Nobla z ekonomii).

Dotychczasowe wyniki były oparte na twierdzeniu odnowy. Jacek zaproponował zupełnie nowatorskie podejście. Polegało ono na bezpośrednim badaniu powyższego wzoru opisującego rozwiązanie $X$ poprzez wyodrębnienie i analizowanie składników, które determinują zachowanie całego szeregu. Metoda była znacznie bardziej pracochłonna, ale pozwoliła zdecydowanie lepiej zrozumieć zarówno zachowanie procesu $\{X_n\}$, jak i jego granicy $X$. Doprowadziła ona zarówno do opisu pierwszego czasu przekroczenia konkretnego poziomu:

$$T_u = \inf\{n : Y_n > u\}(\log u)^{-1},$$

w tym np. powiązanych twierdzeń granicznych [5], [7], jak i dużych odchyleń dla sum $X_1 + \cdots + X_n$, [4]. Wprowadzone metody znalazły szereg dalszych zastosowań w badaniu wielowymiarowych rekursji stochastycznych [10], procesów gałązkowych [6] i spacerów losowych.

Innym obiektem zainteresowań Jacka Zienkiewicza była teoria liczb. Ta wczesna pasja sprawiła, że Jacek przez długi czas wiązał swoją przyszłość z wrocławską grupą badaczy związanych z profesorem Władysławem Narkiewiczem. Fakt, że w końcu poświęcił się analizie harmonicznej, był w dużej mierze konsekwencją charyzmatycznej osobowości profesora Andrzeja Hulanickiego. Przemyślenia Jacka Zienkiewicza, mające swoje źródła głęboko w teorii liczb, zaowocowały cyklem prac przygotowanych najpierw z Romanem Urbanem, a następnie z Maciejem Paluszyńskim. W pracy [23] podany został przykład ciągu liczb naturalnych ($[m^\alpha]$, $m \in \mathbb{N}$, $\alpha > 1$, małe), który ma własność „universally $L^1$-good". Własność ta oznacza, że dla dowolnego ergodycznego układu dynamicznego $(X, \Sigma, \mu, T)$ i $f \in L^1(\mu)$ zachodzi

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f(T^{n_k}x) \to \int_X f\,d\mu,$$

$x$-prawie wszędzie, gdy $N \to \infty$. Przez długi czas przypuszczano, że nie ma takich ciągów o zerowej gęstości Banacha w $\mathbb{N}$ (tzw. „Rosenblatt–Wierdl" conjecture). Obecnie ciąg skonstruowany w [23] jest klasycznym przykładem. Temat ciągu $\{[m^\alpha]\}$ był następnie kontynuowany w pracach [20], [21], [22] i w dalszym ciągu przyciąga uwagę. Należy podkreślić, że owocem zainteresowań i przemyśleń Jacka Zienkiewicza z dziedziny teorii liczb nie był jedynie cytowany powyżej cykl prac. Rozmowy z młodymi, utalentowanymi członkami grupy analizy harmonicznej (przede wszystkim z Mariuszem Mirkiem, Bartoszem Trojanem, Błażejem Wróblem — we współpracy z m.in. E. M. Steinem i J. Bourgainem (sic!)) kierowanej przez Andrzeja Hulanickiego zaowocowały prawdziwą eksplozją wyników w tej dziedzinie. Rola Jacka Zienkiewicza we wrocławskim środowisku matematycznym była daleko ważniejsza, niż sugerowałby to skromny stopień doktora habilitowanego i stanowisko profesora UWr. Był rzadkim przykładem badacza, którego interesowały trudne tematy i wybitne wyniki, a nie stopnie naukowe i zaszczyty. Jego przedwczesne odejście jest dotkliwą stratą, którą osoby go znające jeszcze długo będą odczuwać.

Z kolei w teorii nielokalnych układów parabolicznych (mających niebanalne zastosowania w biologii matematycznej), razem z Piotrem Bilerem i Grzegorzem Karchem, uzyskał wyniki o tworzeniu się osobliwości rozwiązań z bezpośrednimi interpretacjami w biologii i medycynie. W tych modelach badany jest układ nieliniowych równań parabolicznych, opisujących liniową dyfuzję cząstek i nieliniowy transport (dryf), zależny od gęstości cząstek i tzw. uśrednionego pola (np. potencjału) generowanego przez nie. Uzyskanie warunków na lokalne istnienie rozwiązań zagadnienia początkowego i warunków przedłużalności tych rozwiązań do globalnych w czasie było jednym z celów tego projektu. Dodatkowo uzyskano precyzyjny opis radialnie symetrycznych danych (w terminach norm przestrzeni Morreya) prowadzących do tzw. wybuchu w skończonym czasie, czyli rozwiązań nieprzedłużalnych poza ten moment czasu [3]. Pewnym zaskoczeniem było tu wykorzystanie koncepcji „dostatecznie symetrycznych" danych [1] oraz zasad porównawczych dla rozwiązań z symetrią radialną [2] (ogólnie te własności monotoniczności nie zachodzą), również w przypadku dyfuzji określonych przez operatory nielokalne. Natomiast w [18] pokazano niestabilność i wybuch rozwiązań spowodowany zdegenerowaną dyfuzją w układach równań.

Jacek Zienkiewicz miał rozległą wiedzę z teorii liczb, teorii ergodycznej i równań różniczkowych, opartą na wielkich filarach: na analizie matematycznej, zespolonej, harmonicznej i funkcjonalnej oraz na teorii prawdopodobieństwa. Jego wiedza, szerokie horyzonty, dogłębne spojrzenie na naukę sprawiały, że przyjemnością było z nim rozmawiać, dyskutować i spierać się, a wspólne tworzenie konstrukcji matematycznych było źródłem wspólnej głębokiej satysfakcji. Łatwo było go zainteresować trudnymi problemami i wtedy nawiązywała się intensywna i ścisła współpraca. Lubił dzielić się pomysłami i robił to szczodrze; prawie wszystkie prace Jacka Zienkiewicza są publikacjami współautorskimi. Widział problemy i trudności w przenikliwy sposób. Jego intuicję matematyczną można porównać do talentu bardzo dobrego szachisty, który jest w stanie przewidzieć wiele posunięć naprzód. Swobodnie łączył metody z kilku dziedzin matematyki, aby za ich pomocą rozwiązywać postawiony problem. Jego pomysły były głębokie i finezyjne, a przy tym zaskakująco proste, jak już zostały zrozumiane i przelane na papier.

Ewa Damek wspomina, że często miała dobry problem matematyczny, którego sama nie umiała rozwiązać. Zadawała pytanie Jackowi i po kilku dniach wracał on z pomysłem. Stawał pod tablicą, mówił i pisał. Ewa siadała obok i starannie zapisywała to, co się na niej pojawiało, jak również jego komentarze. To zawsze było przełomowe i oryginalne, a szczegóły pozostawały do zrobienia dla niej. Profesor Damek lubiła tak pracować; dużo się wtedy działo, były prawdziwe wyzwania, a rozmowy te były bardzo rozwijające. Współpraca z profesorem Zienkiewiczem wywarła istotny wpływ na jej dalsze badania naukowe.

Oprócz teoretycznej matematyki pasjonowała go elektronika, w której zakresie również miał wielką wiedzę i znaczące doświadczenie.

Jego współpracownik ([19]) profesor Fulvio Ricci (Scuola Normale Superiore di Pisa, dr h.c. Uniwersytetu Wrocławskiego) po śmierci naszego kolegi tak napisał: „Jacek visited me for quite some time when he was very young, just before the Cortona summer school, and since then he always showed great affection to me and consideration for my mathematical suggestions. He did excellent mathematics, but never looked satisfied with it.” I trudno się z tymi słowami nie zgodzić. Jacek zawsze stawiał przede wszystkim sobie, a pośrednio i swoim współpracownikom, wysoko poprzeczkę, i dążył do uzyskania lepszych rezultatów naukowych.

Był niezwykłym człowiekiem i niezwykłym Matematykiem — przez wielkie „M”.

## Bibliografia


[1] P. Biler, G. Karch, J. Zienkiewicz, *Optimal criteria for blowup of radial and N-symmetric solutions of chemotaxis systems*, Nonlinearity **28** (2015), 4369–4387.

[2] P. Biler, G. Karch, J. Zienkiewicz, *Large global-in-time solutions to a nonlocal model of chemotaxis*, Adv. Math. **330** (2018), 834–875.

[3] P. Biler, J. Zienkiewicz, *Blowing up radial solutions in the minimal Keller-Segel chemotaxis model*, J. Evol. Equ. **19** (2019), 71–90.

[4] D. Buraczewski, E. Damek, T. Mikosch, J. Zienkiewicz, *Large deviations for solutions to stochastic recurrence equations under Kesten's condition*, Ann. Probab. **41** (2013), 2755–2790.

[5] D. Buraczewski, E. Damek, J. Collamore, J. Zienkiewicz, *Large deviation estimates for exceedance times of perpetuity sequences and their dual processes*, Ann. Probab. **44** (2016), 3688–3739.

[6] D. Buraczewski, E. Damek, J. Zienkiewicz, *Precise tail asymptotics of fixed points of the smoothing transform with general weights*, Bernoulli, **21** (2015), 489–504.

[7] D.Buraczewski, E. Damek, J. Zienkiewicz, *Pointwise estimates for first passage times of perpetuity sequences*, Stochastic Process. Appl. **128** (2018), 2928–2951.

[8] Th. Coulhon, D. Müller, J. Zienkiewicz, *About Riesz transforms on the Heisenberg groups*, Math. Ann. **305** (1996), 369–379.

[9] W. Czaja, J. Zienkiewicz, *Atomic characterization of the Hardy space $H^1_L(\mathbb{R})$ of one-dimensional Schrödinger operators with nonnegative potentials*, Proc. Amer. Math. Soc. **136** (2008), 89–94.

[10] E. Damek, J. Zienkiewicz, *Affine stochastic equation with triangular matrices*, J. Difference Equations Appl. **24** (2018), 520–542.

[11] J. Dziubański, W. Hebisch, J. Zienkiewicz, *Note on semigroups generated by positive Rockland operators on graded homogeneous groups*, Studia Math. **110** (1994), 115–126.

[12] J. Dziubański, J. Zienkiewicz, *Hardy space $H^1$ associated to Schrödinger operator with potential satisfying reverse Hölder inequality*, Rev. Mat. Iberoamericana **15** (1999), 279–296.

[13] J. Dziubański, J. Zienkiewicz, *Hardy spaces $H^1$ for Schrödinger operators with certain potentials*, Studia Math. **164** (2004), 39–53.

[14] J. Dziubański, G. Garrigós, T. Martínez, J. L. Torrea, J. Zienkiewicz, *BMO spaces related to Schrödinger operators with potentials satisfying a reverse Hölder inequality*, Math. Z. **249** (2005), 329–356.

[15] J. Dziubański, J. Zienkiewicz, *On isomorphisms of Hardy spaces associated with Schrödinger operators*, J. Fourier Anal. Appl. **19** (2013), 447–456.

[16] J. Dziubański, J. Zienkiewicz, *A characterization of Hardy spaces associated with certain Schrödinger operators*, Potential Anal. **41** (2014), 917–930.

[17] W. Hebisch, J. Zienkiewicz, *Multiplier theorem on generalized Heisenberg groups II.*, Colloq. Math. **69** (1995), 29–36.

[18] A. Marciniak-Czochra, G. Karch, K. Suzuki, J. Zienkiewicz, *Diffusion-driven blowup of nonnegative solutions to reaction-diffusion-ODE systems*, Differential Integral Equations **29** (2016), 715–730.

[19] G. Marletta, F. Ricci, J. Zienkiewicz, *Two-parameter maximal functions associated with degenerate homogeneous surfaces in $\mathbb{R}^3$*, Studia Math. **130** (1998), 67–75.

[20] M. Paluszyński, J. Zienkiewicz, *Weak type $(1,1)$ estimates for inverses of discrete rough singular integral operators*, Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci (5) **19** (2019), 679–704.

[21] M. Paluszyński, J. Zienkiewicz, *On inverses of discrete rough Hilbert transforms*, Colloq. Math. **164** (2021), 305–325.

[22] M. Paluszyński, J. Zienkiewicz, *On maximal function of discrete rough truncated Hilbert transforms*, arXiv:2112.12392.

[23] R. Urban, J. Zienkiewicz, *Weak type $(1,1)$ estimates for a class of discrete rough maximal functions*, Math. Res. Lett. **14** (2007), 227–237.

Piotr Biler
Uniwersytet Wrocławski
piotr.biler@math.uni.wroc.pl

Dariusz Buraczewski
Uniwersytet Wrocławski
dariusz.buraczewski@math.uni.wroc.pl

Ewa Damek
Uniwersytet Wrocławski
ewa.damek@math.uni.wroc.pl

Jacek Dziubański
Uniwersytet Wrocławski
jacek.dziubanski@math.uni.wroc.pl

Maciej Paluszyński
Uniwersytet Wrocławski
maciej.paluszynski@math.uni.wroc.pl