dr hab. Bartłomiej Dyda, prof. PWr
Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska

Wrocław, 30 sierpnia 2021 r.

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Edyty Kani-Strojec
„Przestrzenie Hardy'ego
związane z pewnymi półgrupami operatorów liniowych"

Rozprawa doktorska mgr Edyty Kani-Strojec składa się z sześciu rozdziałów, z czego pierwsze dwa to autoreferat, a kolejne cztery to następujące prace

[H1] E. Kania–Strojec, P. Plewa, M. Preisner, *Local atomic decomposition for multidimensional Hardy spaces*, Rev. Mat. Complut. 34, 409–434, 2021;

[H2] E. Kania–Strojec, M. Preisner, *Riesz transform characterizations for multidimensional Hardy spaces*, preprint, 2021;

[H3] E. Kania–Strojec, *The atomic Hardy space for a general Bessel operator*, preprint, 2020;

[H4] E. Kania–Strojec, M. Preisner, *Sharp multiplier theorem for multidimensional Bessel operators*, Fourier Anal. Appl. 25, no. 5, 2419–2446, 2019.

W pierwszych trzech pracach rozważane są przestrzenie Hardy'ego zdefiniowane poprzez skończoność normy $L^1(X, \mu)$ operatora maksymalnego

$$M_L f(x) = \sup_{t>0} |T_t f(x)|, \tag{1}$$

gdzie $T_t = \exp(-tL)$, zaś L jest nieujemnie określonym operatorem samosprzężonym na $L^2(X, \mu)$. Rozważana przestrzeń to podzbiór $\mathbb{R}^d$ będący produktem kartezjańskim odcinków, półprostych lub prostych. Na półgrupę (T_t) nakładane są pewne dodatkowe warunki, między innymi istnienie jądra całkowego – w konsekwencji warunek $M_L f \in L^1$ przybiera postać ograniczoności odpowiedniej całki. Innym warunkiem jest górne oszacowanie gaussowskie jądra T_t. Niektóre z zakładanych warunków, np. w pracy [H2], mogą wy-

BDyda

dawać się dość skomplikowane i trudne do zweryfikowania, jednak w każdej z prac podane są przykłady operatorów, których półgrupy spełniają rozważane założenia. Wśród tych przykładów znajdują się operatory Bessela – klasyczny i egzotyczny, Laguerra, Schrödingera, choć nie wszystkie w każdej pracy. Na uwagę zasługuje fakt, że wiele z wyników zachodzi również dla operatorów postaci $L_1 + \ldots + L_d$, gdzie L_j jest operatorem działającym na j-tej współrzędnej (dokładniej, zob. np. (1.7) w [H1]), przy czym L_j dla różnych j mogą mieć różną strukturę. Wyniki te otrzymuje się często przez indukcję względem wymiaru oraz odpowiednie rozbicia przestrzeni na prostopadłościany.

Praca [H4] ma inny charakter i dotyczy twierdzeń mnożnikowych dla wielowymiarowych operatorów Bessela na $L^{1,\infty}$ lub na przestrzeni Hardy'ego H^1. Dokładniejszy przegląd wyników można znaleźć na stronach 23–27 recenzowanej pracy i nie widzę sensu go tu powtarzać.

Uzyskane wyniki są bardzo ciekawe i dotyczą aktualnej tematyki. Dowody często wymagają pomysłowości i dobrego warsztatu, a także znajomości literatury. Prace są bardzo dobrze zredagowane.

Autorka opublikowała jeszcze jeden artykuł, wspólnie z Krzysztofem Bogdanem i Svenem Jarohsem, „Semilinear Dirichlet problem for the fractional Laplacian", Nonlinear Analysis (2020). Artykuł ten nie wszedł jednak w skład rozprawy, jak sądzę dlatego, że dotyczy innej tematyki nie pasującej do tytułu. Niemniej jednak fakt otrzymania ciekawych wyników zupełnie innego rodzaju (np. prace [H1]–[H4] dotyczą przede wszystkim operatorów lokalnych, w przeciwieństwie do „Semilinear Dirichlet problem...") należy ocenić bardzo pozytywnie.

Podsumowując, przedłożona rozprawa spełnia wymogi ustawowe i wnoszę o jej przyjęcie oraz dopuszczenie mgr Edyty Kani-Strojec do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Ponadto wnoszę o wyróżnienie rozprawy.

Bartłomiej Dyda

Bartłomiej Dyda