

Recenzja rozprawy doktorskiej Pana mgra Piotra Markowskiego

Wnioskuje o przyjęcie rozprawy doktorskiej Pana mgra Piotra Markowskiego i dopuszczenie Kandydata do dalszych etapów postępowania o nadanie stopnia doktora.

Struktura i tematyka pracy

Rozprawa składa się ze wstępu oraz trzech części zawierających oryginalne wyniki odpowiadające pracom, których współautorem jest Pan Markowski¹. Tematyka rozprawy koncentruje się na wybranych własnościach skończonych łańcuchów Markowa.

Wstęp przedstawia obszernie dalsze, zasadnicze części przedstawionej dysertacji zawierające w większości oryginalne wyniki. Znajdziemy tu też zgrzebny przegląd literatury, który zostanie rozbudowany w dalszych częściach.

Wstęp zawiera bardzo szczegółowo opisany wkład Pana Markowskiego w powstanie wspólnych wyników. Nadmienmy, że wkład ów przedstawiony został w bardzo szczegółowy sposób. Jest w pełni przekonujący i spójny. Można na jego podstawie wysnuć wniosek, że wkład Doktoranta we wszystkie wspólne prace jest bardzo znaczący.

Część pierwsza dotyczy algorytmów dokładnego samplingu powiązanych z nimi różnymi rodzajami monotoniczności stochastycznej. Zawiera opis dwóch algorytmów dokładnego samplingu oraz przedstawia nowy. Zaznaczmy, że wyniki zamieszczone w części pierwszej to nieco rozbudowana treść publikacji w czasopiśmie *Markov Processes and Related Fields* (2017).

Pan Markowski wskazuje, że poszczególne algorytmy dokładnego samplingu mają zastosowanie do łańcuchów o różnie zdefiniowanej monotoniczności. Nowy

¹Niniejsza recenzja odnosi się do poprawionej wersji rozprawy doktorskiej. Zaznaczmy jednak, że nowa wersja różni się od pierwotnej zasadniczo tylko deklaracją o udziale Autora w powstaniu poszczególnych wyników.

algorytm opiera się o monotoniczność w sensie Möbiusa. Autorzy części pierwszej podejmują się badania relacji pomiędzy monotonicznościami istotnymi z punktu widzenia algorytmów samplingu. Jednym z głównych wyników, jest niemal pełna charakteryzacja relacji pomiędzy monotonicznościami. Wskazać tu należy szczególnie na Twierdzenia 5.1 oraz 5.2, w których udowodnienie było dużym wkładem Pana Markowskiego. Wyniki te wskazują na istotne różnice pomiędzy definicjami i pośrednio uzasadniają istnienie mnogości algorytmów omówionych wcześniej. Obrazu dopełniają ciekawe przykłady, które jak się wydaje, wymagały znaczącej pracy Autora.

Sam nowy algorytm, choć silnie bazuje na poprzednich metodach, wymagał pewnej pomysłowości i wysiłku włożonego w jego analizę.

Całość wyników pierwszej części wydaje się bardzo elegancka.

Część druga dotyczy badania naturalnych uogólnień klasycznego modelu ruiny gracza na przypadki wielowymiarowe, gdzie ruchy na poszczególnych koordynatach są niezależne. Same modele nie są nowe, ale stanowią rozszerzenie innych prac (głównie wcześniejszej, samodzielnej pracy Promotora). Co więcej, badane są bardzo podstawowe własności jak czas absorpcji czy prawdopodobieństwa naturalnie zdefiniowanego zwycięstwa. Mimo to, wyniki wydają się nowe i istotne.

Jako swoje główne osiągnięcia Pan Markowski wskazuje twierdzenia 2.1 oraz 2.3. Nie są one zaskakujące i nie wydają się być bardzo trudne technicznie (biorąc pod uwagę siłę wcześniejszych wyników, jakie zostały wykorzystane).

Uwagę zwraca też podanie szkicu alternatywnej wersji dowodu Twierdzenia 2.3. Tę treść można jednak uznać za niemal kompletne i ściśle rozumowanie.

Na osobną uwagę zasługują także przykłady zaprezentowane w rozdziale 6. Początkowe są dość proste. Inne (np. te w rozdziale 6.3) wymagały już pewnej pomysłowości i znaczącego wysiłku rachunkowego.

Zaznaczmy, że wyniki części drugiej opublikowane zostały niedawno w *Latin American Journal of Probability and Mathematical Statistics* (2022).

Część trzecia dotyczy warunkowej analizy czasu gry jednowymiarowej w problemie ruiny gracza. Technicznie wyniki można uznać za naturalne rozwinięcie istniejących metod. Najistotniejsze wyniki części drugiej dotyczą przypadku ze stałym iloczynem prawdopodobieństw pójścia w każdym z kierunków ze wszystkich niepochlaniających stanów. To pozornie niewielkie rozszerzenie klasycznego i dobrze zbadanego wariantu (ze stałymi prawdopodobieństwami) wymagało zaskakująco dużo pracy, nawet przy wyznaczaniu samej tylko wartości oczekiwanej czasu trwania gry.

Pan Markowski wskazuje na twierdzenia 2.2, 2,2 oraz 2.3, jak swoje główne osiągnięcia tej części. Podobnie jak wcześniej, część trzecia została wzbogacona licznymi przykładami.

Ocena wyników i samej rozprawy

Zauważyć należy, że oryginalnych wyników zaprezentowanych w przedłożonej rozprawie jest dużo, nawet ograniczając się jedynie do tych, których autorstwo przypisane zostało Panu Markowskiemu. W zdecydowanej większości wyniki można określić jako naturalne i ciekawe. Bez wątpienia wyniki w dużej części mogą mieć znaczenie aplikacyjne, szczególnie w informatyce teoretycznej.

Cześć rezultatów jest stosunkowo prosta i intuicyjna (choć wciąż nietrywialna). Niektóre są jednak nieoczywiste, wręcz zaskakujące. Wymienić tu wypada w szczególności relacje pomiędzy różnymi definicjami monotoniczności opisane w części pierwszej.

Wiele z zaprezentowanych wyników jest technicznie trudna. Autor wykazał się dużą sprawnością rachunkową, choć bardziej istotna była chyba pomysłowość i bardzo głębokie zrozumienie analizowanych problemów. Dowody w większości wydają się napisane w sposób zrozumiały i kompletny. Zaletą jest też przedstawienie, poza formalnymi dowodami, pewnych intuicji, które ułatwiają zrozumienie omawianego problemu czy użycie określonych technik. Wysoko ocenić należy dodanie dość licznych komentarzy, czy nietrywialnych przykładów, ilustrujących tok rozumowania.

Wysoko ocenić należy także przegląd literatury, choć w pierwszym momencie można odnieść wrażenie, że Autor nieco niedbale potraktował tę kwestię ograniczając się do kilku pozycji we wstępie. Lektura kolejnych rozdziałów przekonuje nas, że umiejscowienie rezultatów na tle dziedziny jest w pełni adekwatne i wydaje się być wyczerpujące oraz aktualne. Zaprezentowane zostały nie tylko odniesienia do powiązanych wyników, ale też nierzadko dość szczegółowo przedyskutowane zostały aspekty metodologiczne, trafnie uzasadniając dobór konkretnych technik i analizując alternatywne podejścia czy wskazując podobieństwa pomiędzy pracami.

Choć praca niewątpliwie ma charakter teoretyczny, w niemal wszystkich częściach bardzo wyraźnie widać perspektywę aplikacyjną. Dotyczy to choćby uwag na temat możliwości praktycznego sprawdzenia monotoniczności Möbiusa (Rozdział 3 w części pierwszej rozprawy). Zaznaczyć trzeba, że niemal wszystkie wyniki są obliczone z dużą dokładnością, nieasympotycznie. Choć w wielu miejscach wymagało to dodatkowej pracy i dużej ilości rachunków, wyniki takie są też są na ogół bardziej wartościowe z punktu widzenia zastosowań. W tym nurcie ocenić trzeba też wyniki w części drugiej dotyczące spaceru po okręgu, gdzie udało się poprawić klasyczny wynik Diaconisa i Filla. Sama poprawa dotyczy tylko stałej addytywnej, ale samo osiągnięcie jest warte odnotowania. Także przykłady przywoływane przez Autora są naturalne i realistyczne.

Ocena warsztatu naukowego i zastosowanych metod Wyniki, w mojej ocenie, są w wielu miejscach trudne rachunkowo. Uwaga ta dotyczy szczególnie części trzeciej. Mimo wielokrotnego korzystania ze wcześniejszych prac, szczególnie autorstwa Promotora, zaprezentowane wyniki nie wydają się być kopiowaniem rozumowań wcześniejszych. Przeciwnie, można odnieść wrażenie, że wymagały w wielu miejscach pomysłowości, oryginalnego podejścia.

Autor korzysta z różnych metod, stara się spoglądać na badane problemy z wielu stron. Nie unika żmudnych rachunków, ale gdy jest to uzasadnione, korzysta z wyników innych autorów. Wykorzystuje nawet z EIS (Encyclopedia of Integer Sequences) podczas opisu rozważanych problemów. Ma się wrażenie, że Autorzy bardzo głęboko rozumieją wyniki, które nie są jedynie rezultatem siły rachunkowej.

Dość oryginalne wydaje się przeplatanie prezentacji nowych wyników z przeglądem literatury. W wielu miejscach Doktorant omawia zastosowane techniki porównując je z podobnymi metodami uzasadniając ich wybór. Znajomość (i zrozumienie) wcześniejszych wyników wydają się stać na bardzo wysokim poziomie.

Ocena prezentacji Warstwę prezentacyjną również trzeba ocenić jako bardzo silną stronę przedłożonej dysertacji. Jak wspomniano w rozprawie znajdziemy bardzo liczne przykłady oraz komentarze ułatwiające zrozumienie poszczególnych dowodów. Często widać też pewną dyskusję metodologiczną. Jednocześnie narracja zasadniczo jest przejrzysta i nie traci matematycznej precyzji.

Ciekawym pomysłem jest także dyskusja na temat alternatywnych metod wykazywania pewnych faktów (choćby wspomniany, inny szkic dowodu twierdzenia 2.3).

Docenić należy też rysunki. Niektóre z nich wydają się oryginalnym, istotnym wkładem Autora. Wskazać tu można choćby te z pierwszej części pokazujące relacje pomiędzy monotonicznościami.

Pan Markowski dość trafnie dokonał wyboru faktów potrzebnych do zrozumienia prezentowanych treści. Na ogół przywołał te niezupełnie oczywiste własności z jakich korzystał (na przykład własności produktu Kroneckera) a jednocześnie pominął fakty elementarne i te powszechnie znane. Układ treści rozprawy jest dobrze przemyślany a część treści słusznie została przeniesiona do apendyksu.

Reasumując, rozprawę czyta się dobrze.

Znaczenie wyników Zaprezentowane wyniki wydają się być naturalne z punktu widzenia matematyki a z punktu widzenia innych dyscyplin bardzo dobrze umotywowane (wielowymiarowa ruina gracza czy algorytm samplingu). Szczególnie

wyniki części trzeciej są na tyle naturalne, że z zaskoczeniem przyjąć można to, że są one nowe.

Wiele z wyników ma szansę na to, że zostaną wykorzystane nie tylko w badaniach czysto teoretycznych, ale także mogą być zastosowane na wielu polach informatyki teoretycznej, gdzie powszechnie stosuje się analizę opartą o dyskretne procesy stochastyczne tego typu.

Strona edycyjna Praca jest napisana w języku angielskim. Zarówno od strony językowej, jak i typograficznej wskazać można drobne błędy we wszystkich częściach pracy. Ogólne wrażenie jest jednak bardzo dobre. Każda część jest napisana w zrozumiałym sposób. Całość, mimo że praca jest oparta na trzech odrębnych publikacjach, robi wrażenie dość spójnej, dobrze przemyślanej całości.

Negatywne strony rozprawy

W rozprawie nie znajduję wad, które zmuszałyby mnie prosić o wprowadzenie poprawek, czy nawet domagać się ustosunkowania się do przedstawionych uwag. Nie oznacza to jednak, że rozprawa jest wolna od usterek. Wskazać można pewne, podkreślmy, mało istotne problemy, do których można zaliczyć powtórzenia pewnych definicji (na przykład $\{e\}^\dagger$). Podobnie wskazać można bardzo rzadkie fragmenty, które nieco odstają *in minus* od czytelnej całości (na przykład w rozdziale 2.4.1 nie bardzo wiadomo, o jaki przykład chodzi).

Inne odnalezione niedostatki mają podobną rangę (literówki, sporadyczne i oczywiste błędy we wzorach) więc zapewne nawet nie zasługują na zbyt szczegółowe ich opisywanie. Podsumowując należy stwierdzić, że liczba błędów, jak też ich ranga, jest niska.

Praca byłaby jeszcze lepsza, gdyby wzbogacić ją o pewne symulacje (na przykład dokładnych wartości dla oszacowanych wielkości).

Podsumowanie

Nie mam wątpliwości, że zaprezentowane wyniki autorstwa Pana Markowskiego w pełni spełniają wymagania ustawowe i zwyczajowe do nadania stopnia naukowego doktora. Ogólna ocena wyników jak i samej rozprawy jest wysoka a Doktorant zasługuje na dopuszczenie do dalszych etapów postępowania o nadanie stopnia doktora. Wyniki są dobrze umotywowane, mają istotne znaczenie zarówno dla teorii, jak i zastosowań, szczególnie w szeroko pojętej informatyce.