Streszczenie rozprawy doktorskiej

Celem rozprawy jest zbadanie różnych rodzajów transformat Riesza ze szczególnym uwzględnieniem niezależnych od wymiaru oszacowań ich norm L^p.

W pierwszej części zajmujemy się klasycznymi transformatami Riesza i operatorami maksymalnymi związanymi z nimi. Na początku używamy transformaty Fouriera, żeby oszacować normę L^2 maksymalnej transformaty Riesza przez normę odpowiadającej jej zwykłej transformaty Riesza niezależnie od wymiaru z jawną stałą. W tym celu rozkładamy maksymalną transformatę Riesza, podobnie jak Mateu i Verdera, na "część maksymalną"i "część Riesza", mianowicie

$$R_j^* = M^* R_j$$

i szacujemy mnożnik związany z M^* niezależnie od wymiaru.

Następnie używamy rzeczywistej metody obrotów i zespolonej metody obrotów Iwańca i Martina, żeby uogólnić powyższy wynik na transformaty wyższych rzędów oraz na normy L^p dla $1 < p < \infty$. Wyrażamy operator M^* jako całkę z transformaty Hilberta, uzyskując dzięki temu niezależne od wymiaru oszacowanie normy z jawną zależnością od p.

W drugiej części obiektem badań są transformaty Riesza związane z operatorami Schrödingera, to znaczy operatorami, które można przedstawić jako

$$R_V^a = V^a L^{-a}, \qquad L = -\tfrac{1}{2}\Delta + V,$$

gdzie Δ jest laplasjanem, V jest nieujemnym potencjałem, a L to operator Schrödingera. Na początku używamy interpolacji zespolonej, żeby uwodnić parę ogólnych wyników dotyczących ograniczoności operatorów R_V^a na przestrzeni L^p $(1 < p < \infty)$ dla lokalnie całkowalnych potencjałów. Potem, używając wzoru Feynmana-Kaca i metod probabilistycznych, podajemy warunki, które musi spełniać potencjał, żeby operator R_V^a był ograniczony na L^1 i L^∞. W szczególności nasze twierdzenia działają dla potencjałów o wzroście potęgowym lub wykładniczym.

W ostatnim rozdziale używamy podobnych metod, żeby wykazać, że jeśli V jest postaci

$$V(x) = V_1(x) + \cdots + V_d(x),$$

gdzie V_i działa tylko na i-tej współrzędnej argumentu x i ma wzrost potęgowy z wykładnikiem co najwyżej 2, to normę L^1 i L^∞ operatora R_V^a da się oszacować niezależnie od wymiaru. Uzyskujemy ten wynik dzięki rozłożeniu półgrupy związanej z L na jednowymiarowe czynniki, oszacowaniu ich osobno i złożeniu tych oszacowań.